

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Кафедра: «Высшая и прикладная математика»

Составители: Блистанова Л.Д., д.ф.-м.н., доцент, Захарова М.В., к.физ.-мат.н., доцент;
Сперанский Д.В., д.тех.н, профессор

Методические указания и задания на контрольные работы № 1, 2, 3
по дисциплине «Математика»
для студентов 1 курса

Направление/специальность: **08.03.01. Строительство**

Профиль/специализация: **«Промышленное и гражданское строительство»**
(ГС)

Москва 2015 г.

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из сборника задач, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра номера которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 5, в контрольной работе №1 решает задачи 1.1.5, 2.1.25, 2.2.5, 3.1.5, 3.2.5; в контрольной работе №2 – 6.2.5, 6.3.5, 7.1.5, 7.1.45, 7.3.5; в контрольной работе №3 – 8.1.5, 8.3.5, 9.1.5, 9.1.55, 9.2.25.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов рабочей программы, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии и линейной алгебры

- 1.1.1. Найти косинус угла между векторами \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(3;-2;3)$; $B(2;0;1)$; $C(-2;3;1)$. Сделать чертеж.
- 1.1.2. Найти косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(3;0;1)$; $B(5;-2;2)$; $C(-1;-3;1)$. Сделать чертеж.
- 1.1.3. Найти угол между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(2;4;-1)$; $B(0;4;0)$; $C(-1;4;-2)$. Сделать чертеж.
- 1.1.4. Найти угол между векторами \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(5;2;1)$; $B(2;4;2)$; $C(1;0;7)$. Сделать чертеж.
- 1.1.5. Найти угол между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(2;-1;3)$; $B(1;2;3)$; $C(1;-3;3)$. Сделать чертеж.
- 1.1.6. Найти угол между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(2;5;-3)$; $B(5;2;-3)$; $C(0;5;-1)$. Сделать чертеж.
- 1.1.7. Найти косинус угла между \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(4;-1;4)$; $B(3;1;2)$; $C(-1;4;2)$. Сделать чертеж.
- 1.1.8. Найти косинус угла между \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(0;-3;-2)$; $B(2;-5;-1)$; $C(-4;-6;-2)$. Сделать чертеж.
- 1.1.9. Найти угол между \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(5;7;2)$; $B(3;7;3)$; $C(2;7;1)$.
Сделать чертеж.
- 1.1.10. Найти угол между \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(-2;0;-2)$; $B(0;2;0)$; $C(-1;-2;5)$.
Сделать чертеж.
- 1.1.50. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}(3;1;4)$ и $\vec{b}(2;-1;0)$. Сделать чертеж.

2.1.21. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB , если $A(1,3)$; $B(3,1)$. Сделать чертеж.

2.1.22. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(1,1)$ параллельно прямой $2x + y - 8 = 0$. Сделать чертеж.

2.1.23. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(2,1)$ перпендикулярно прямой $y = 3x - 1$. Сделать чертеж.

2.1.24. Составить уравнение перпендикуляра, проходящей через середину отрезка AB , если $A(2;-3)$; $B(4;-5)$. Сделать чертеж.

2.1.25. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(6;1)$ и параллельной прямой $x + y + 5 = 0$. Сделать чертеж.

2.1.26. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(8;8)$ и параллельной прямой $5x - y + 4 = 0$. Сделать чертеж.

2.1.27. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB , если $A(4;2)$; $B(4;4)$. Сделать чертеж.

2.1.28. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(2;2)$ и параллельной прямой $x - 2y - 14 = 0$. Сделать чертеж.

2.1.29. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(3;3)$ и перпендикулярной к прямой $x + 2y - 3 = 0$. Сделать чертеж.

2.1.30. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB , если $A(3;-2)$; $B(5;6)$. Сделать чертеж.

2.2.1. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5; 0)$ относятся как 2:1. Сделать чертеж.

2.2.2. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(-1; 0)$ вдвое меньше расстояния ее от прямой $x = -4$. Сделать чертеж.

2.2.3. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки $A(2; 0)$ и от прямой $5x + 8 = 0$ относятся, как 5:4. Сделать чертеж.

2.2.4. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(4; 0)$, чем от точки $B(1; 0)$. Сделать чертеж.

2.2.5. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки $A(2; 0)$ и от прямой $2x+5=0$ относятся, как 4:5. Сделать чертеж.

2.2.6. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(3; 0)$ вдвое меньше расстояния от точки $B(26; 0)$. Сделать чертеж.

2.2.7. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0; 2)$ и от прямой $y-4=0$. Сделать чертеж.

2.2.8. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от оси ординат и от окружности $x^2+y^2=4x$. Сделать чертеж.

Замечание. Напомним, что за расстояние от точки A до фигуры Φ принимается наименьшее из расстояний между точкой A и точками фигуры Φ .

2.2.9. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки $A(2; 6)$ и от прямой $y+2=0$. Сделать чертеж.

2.2.10. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки $A(-4; 0)$ втрое дальше, чем от начала координат. Сделать чертеж.

3.1.1–3.1.10. Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} , обратную данной. Решить задачу, воспользовавшись определением обратной матрицы. Сделать проверку, вычислив произведение AA^{-1} .

$$3.1.1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$3.1.3. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$3.1.4. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.6. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.7. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.8. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$3.1.9. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

3.2.1–3.2.10. Применяя метод Гаусса (метод исключения неизвестных), решить систему линейных уравнений. Сделать проверку.

$$3.2.1. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 11 \end{cases}$$

$$3.2.2. \quad \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + 7x_4 = 24 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$$

$$3.2.3. \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 23 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -12 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = -23 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 10 \end{cases}$$

$$3.2.4. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 25 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 18 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 18 \end{cases}$$

$$3.2.5. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -3 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$3.2.6. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 13 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 11 \end{cases}$$

$$3.2.7. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$3.2.8. \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

$$3.2.9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -2 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$$

$$3.2.10. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 19 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 34 \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Введение в математический анализ. Производная и ее приложения.

6.2.1–6.2.10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

6.2.1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x$

6.2.2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x$

6.2.3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{|x|}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^{2x}$

6.2.4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\operatorname{arctg} x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x \right)^{\frac{1}{x}}$

6.2.5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \ln x$

6.2.6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$

$$\begin{array}{ll} \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \ln(x+3) - \ln x \\ 6.2.7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}; \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x-5)[\ln(x-3)-\ln x]. \\ 6.2.8. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}; \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(x/2)}{x^2}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}. \\ 6.2.9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}; \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{2x/(x^2-4)}. \\ 6.2.10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x-2}}; \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg} 3x; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{2/(x-3)}. \end{array}$$

6.3.1–6.3.10. Задана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2 . Требуется: 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти ее пределы в точке разрыва слева и справа; 3) сделать схематический чертеж.

$$6.3.1. \quad f(x) = 9^{1/(2-x)}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 2.$$

$$6.3.2. \quad f(x) = 4^{1/(3-x)}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

$$6.3.3. \quad f(x) = 12^{1/x}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 2.$$

$$6.3.4. \quad f(x) = 3^{1/(4-x)}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 4.$$

$$6.3.5. \quad f(x) = 8^{1/(5-x)}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 5.$$

$$6.3.6. \quad f(x) = 10^{1/(7-x)}, \quad x_1 = 5, \quad x_2 = 7.$$

$$6.3.7. \quad f(x) = 14^{1/(6-x)}, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 6.$$

$$6.3.8. \quad f(x) = 15^{1/(8-x)}, \quad x_1 = 6, \quad x_2 = 8.$$

$$6.3.9. \quad f(x) = 11^{1/(4+x)}, \quad x_1 = -4, \quad x_2 = -2.$$

6.3.10. $f(x) = 13^{1/(5+x)}$, $x_1 = -5$, $x_2 = -3$.

7.1.1–7.1.10. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

7.1.1. а) $y = \arccos \sqrt{x}$; б) $y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$;

в) $x = 2t^2 + t$, $y = \ln t$.

7.1.2. а) $y = \frac{x}{2} \sqrt{25-x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}$; б) $y = \exp(\operatorname{tg} 2x)$;

в) $x = \frac{1-t}{1+t^2}$; $y = \frac{2+t^2}{t^2}$.

7.1.3. а) $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$; б) $y = \operatorname{arctg} [\exp(5x)]$;

в) $x = \sin^2 3t$, $y = \cos^2 3t$.

7.1.4. а) $y = \ln(\sqrt{x^2+1} + x)$; б) $y = \frac{1-\cos 3x}{1+\cos 3x}$;

в) $x = t^4 + 2t$, $y = t^2 + 5t$.

7.1.5. а) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}$; б) $y = (-1)^{\exp(t^2)}$;

в) $x = t - \ln \sin t$, $y = t + \ln \cos t$.

7.1.6. а) $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x$; б) $y = \exp(\cos 3x)$.

в) $x = \operatorname{tg} t$, $y = \frac{1}{\sin^2 t}$.

7.1.7. а) $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2-2x}$; б) $y = 3x \exp(-x^2)$;

в) $x = t^2 - t^3$, $y = 2t^3$.

7.1.8. а) $y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x$; б) $y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x}$;

в) $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.

7.1.9. а) $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$; б) $y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x+2}$;

в) $x = 3 \sin t$, $y = 3 \cos^2 t$.

$$7.1.10. \text{ a) } y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + \ln \sin x; \quad \text{б) } y = x \exp\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$\text{в) } x = 2t - t^2, y = 2t^3.$$

7.1.41–7.1.50. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталья.

$$7.1.41. \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x}.$$

$$7.1.42. \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 - \operatorname{tg} x}.$$

$$7.1.43. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\ln(-2x)}$$

$$7.1.44. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\ln x}.$$

$$7.1.45. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

$$7.1.46. \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x.$$

$$7.1.47. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right).$$

$$7.1.48. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x}}.$$

$$7.1.49. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(+x)}{e^x - 1}.$$

$$7.1.50. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(-x)}$$

7.3.1–7.3.10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить ее график.

$$7.3.1. \quad y = x^2 - 2 \ln x.$$

$$7.3.2. \quad y = (x^2 - 1)/(x^2 + 1).$$

$$7.3.3. \quad y = (x^2 + 1)/(x^2 - 1).$$

$$7.3.4. \quad y = x^2/(x - 1).$$

$$7.3.5. \quad y = x^3/(x^2 + 1).$$

$$7.3.6. \quad y = (4x^3 + 5)/x.$$

$$7.3.7. \quad y = (x^2 - 5)/(x - 3).$$

$$7.3.8. \quad y = x^4/(x^3 - 1).$$

$$7.3.9. \quad y = 4x^3/(x^3 - 1).$$

$$7.3.10. \quad y = (2 - 4x^2)/(1 - 4x^2).$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Кратные интегралы.

8.1.1–8.1.10. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

8.1.1. а) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + x^4 \right) dx;$ б) $\int \sqrt{x+1}^{20} dx;$

в) $\int \sqrt{x-1} e^x dx;$ г) $\int \sin^3 x \cos^5 x dx.$

8.1.2. а) $\int \left(x^2 + \frac{1}{\cos^2 x} + 2e^x \right) dx;$ б) $\int \frac{x}{x^2+1} dx;$

в) $\int \sqrt{x+3} \cos x dx;$ г) $\int \operatorname{tg}^4 x dx.$

8.1.3. а) $\int \left(e^x - \frac{1}{\sin^2 x} + 5 \right) dx;$ б) $\int \sin \sqrt{x-3} dx;$

в) $\int \ln 4x dx;$ г) $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx.$

8.1.4. а) $\int \left(3^x + \frac{1}{1+x^2} - \sin x \right) dx;$ б) $\int \frac{x}{x^2-3} dx;$

в) $\int x \sin x dx;$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1} \sqrt{1-x}}.$

8.1.5. а) $\int \left(\cos x + \frac{1}{4+x^2} - x^3 \right) dx;$ б) $\int \sqrt{3x-2} dx;$

в) $\int \sqrt{x+2} e^x dx;$ г) $\int \frac{\cos x}{1+\cos x} dx.$

8.1.6. а) $\int \left(\frac{1}{9-x^2} + e^x - 7 \right) dx;$ б) $\int \sin \left(\frac{x}{5} + 3 \right) dx;$

в) $\int x \cos 3x dx;$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}}.$

8.1.7. а) $\int \left(x + \frac{1}{\sqrt{x^2+9}} - \sin x \right) dx$; б) $\int 2e^{1-2x} dx$;
 в) $\int x \ln 4x dx$; г) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.

8.1.8. а) $\int \left(\cos x + \frac{1}{\sin^2 x} + 6^x \right) dx$; б) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$;
 в) $\int (x-3) \sin x dx$; г) $\int \frac{dx}{(x+1)(x-3)}$.

8.1.9. а) $\int \left(3x^2 - 4 + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$; б) $\int e^{4-8x} dx$;
 в) $\int \arctg x dx$; г) $\int \frac{1}{x^2} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$.

8.1.10. а) $\int \left(2 + \frac{1}{1-x^2} + \sin x \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\cos^2(x+5)}$;
 в) $\int \ln x dx$; г) $\int \frac{3x+5}{x^2+8x+15} dx$.

8.3.1–8.3.10. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

8.3.1. $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$. 8.3.2. $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$.

8.3.3. $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$. 8.3.4. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$.

8.3.5. $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$. 8.3.6. $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$.

8.3.7. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$. 8.3.8. $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$.

8.3.9. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$. 8.3.10. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$.

9.1.1–9.1.30. Найти производные функции двух переменных.

9.1.1. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u \sin(uv)$, где $u = \frac{y}{x}$, $v = x - y$.

9.1.2. $\frac{dz}{dt}$, если $z = v \cos\left(\frac{v}{u}\right)$, где $u = t^2$, $v = \sin t$.

9.1.3. $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $xy^2z^3 - z^2 + xz - y + x = 0$.

9.1.4. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u^2 v \ln v$, где $u = xy$, $v = x + y$.

9.1.5. $\frac{dz}{dt}$, если $z = uv^2 \ln u$, где $u = t^3$, $v = \cos t$.

9.1.6. $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $xy^2z^2 + z^2x + x - 2y + 3 = 0$.

9.1.7. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u\sqrt{u^2 - v^2}$, где $u = x + 2y$, $v = -x + y$.

9.1.8. $\frac{dz}{dt}$, если $z = v\sqrt{u - v}$, где $u = \sin 2t$, $v = t^3$.

9.1.9. $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $e^{z^2} - xy^2z^3 + xz - x = 0$.

9.1.10. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u\sqrt{1 - uv}$, где $u = xy$, $v = x + 2y$.

9.1.51–9.1.60. Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$ и изменить порядок интегрирования.

9.1.51. D : $y = 0$; $y = x^2$; $y = 2 - x$.

9.1.52. D : $y = 2x$; $y = 2(x - 2)$; $y = 0$.

9.1.53. D : $y = 2 - (x - 1)$; $y = 1 - x$.

9.1.54. D : $y^2 = x$; $x + y - 2 = 0$.

9.1.55. D : $y = 0$; $y = (x + 1)$; $y = (x - 1)$.

9.1.56. D : $y^2 = x$; $x = (y - 2)$; $x = 0$.

9.1.57. D : $y^2 = x$; $x = (y - 2)$; $y = 0$.

9.1.58. D : $y = 1 - x^2$; $y = 1 - (x - 2)$; $y = 1$.

9.1.59. D : $y = 1 - x^2$; $y = 1 - (x - 2)^2$; $y = 0,5$.

9.1.60. D : $y = (x + 2)$; $y = \frac{1}{2} - \frac{x}{2}$; $y = 0$.

9.2.21–9.2.30. Найти стационарные точки функции $F(x, y)$ и исследовать их на локальный экстремум.

$$9.2.21. F(x, y) = -9x^2 - 2y^2 + 6xy + 54x - 24y - 85.$$

$$9.2.22. F(x, y) = 4x^2 + 2y^2 - 4xy + 36x - 28y + 100.$$

$$9.2.23. F(x, y) = -4x^2 - 10y^2 - 12xy + 52x + 84y - 170.$$

$$9.2.24. F(x, y) = -4x^2 - 8y^2 - 12xy - 52x - 72y - 154.$$

$$9.2.25. F(x, y) = 4x^2 + 2y^2 + 4xy + 28x + 12y + 46.$$

$$9.2.26. F(x, y) = -9x^2 - 26y^2 - 30xy + 18x + 36y - 10.$$

$$9.2.27. F(x, y) = 4x^2 + 26y^2 + 20xy + 44x + 116y + 122.$$

$$9.2.28. F(x, y) = x^2 + 8y^2 + 6xy + 18x + 46y + 60.$$

$$9.2.29. F(x, y) = -4x^2 - 3y^2 + 8xy + 56x - 50y - 180.$$

$$9.2.30. F(x, y) = x^2 + 10y^2 + 6xy + 2y + 5.$$